



TP 1 - SYSTEME VENTURI

GMP Semestre 4 - Durée : 3 heures

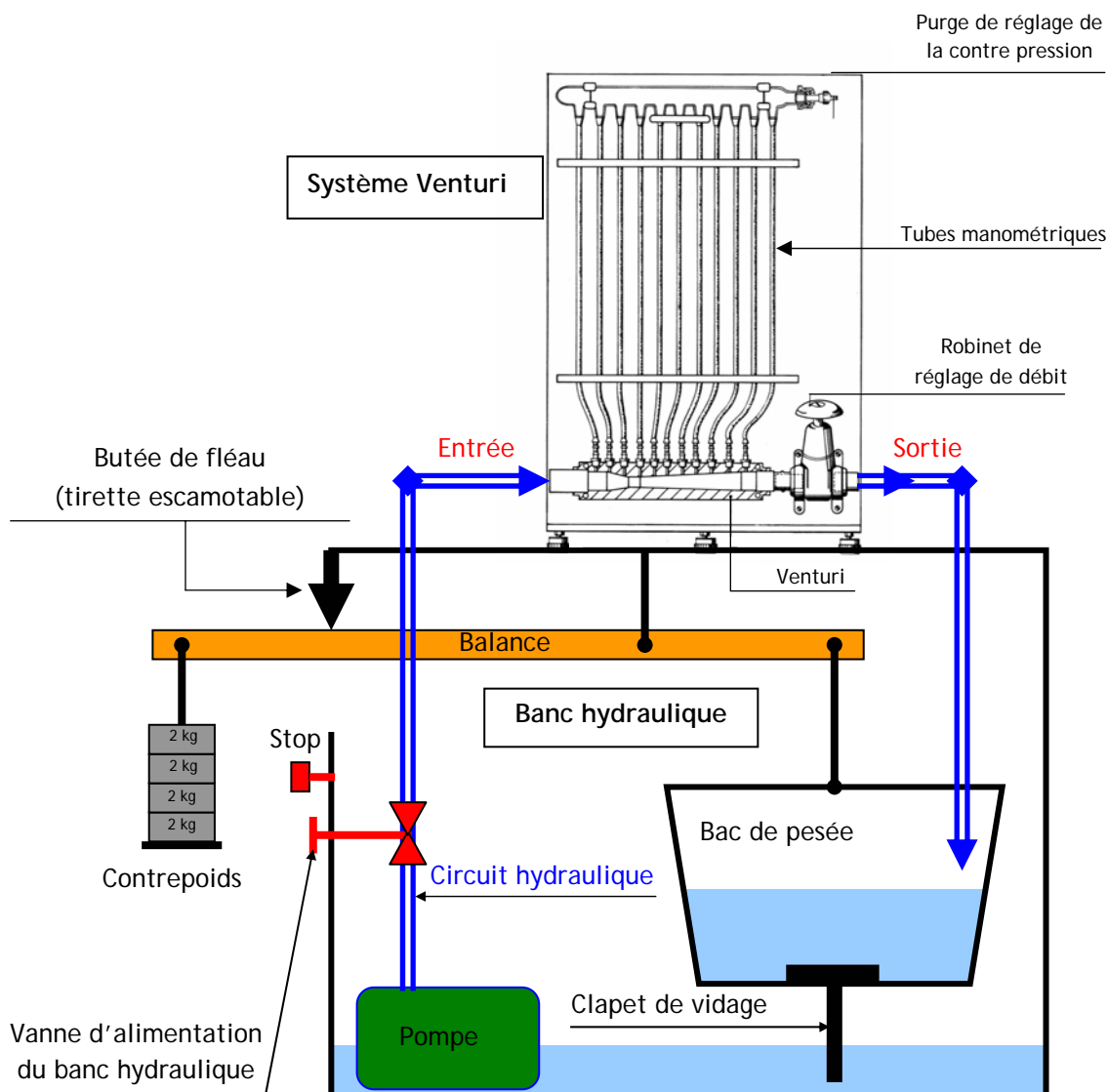


I - INTRODUCTION

1 - OBJECTIF du TP

- ♦ *étudier les caractéristiques d'un venturi,*
- ♦ *appliquer les notions fondamentales sur les écoulements,*
- ♦ *développer la loi sur l'énergie : équation de Bernoulli,*
- ♦ *déterminer et évaluer une perte de charge singulière.*

2 - PRESENTATION de la MAQUETTE



La mécanique,
c'est fantastique



L'appareil, comportant le système Venturi, est disposé horizontalement sur le banc hydraulique, un support à pieds réglables permettant de le mettre de niveau.

L'eau, aspirée par une pompe immergée, entre dans le venturi par un tuyau flexible. Un autre tuyau flexible, branché en sortie après le robinet de réglage de débit conduit l'eau au bac de pesée du banc hydraulique.

Des prises de pression piézométriques sont percées le long du convergent et du divergent du venturi et sont reliées à des tubes manométriques verticaux montés en face d'échelles graduées en mm.

Ces tubes manométriques sont reliés entre eux à leurs extrémités supérieures par un collecteur équipé d'une valve de purge permettant de régler la quantité d'air (contre pression p) contenue dans l'appareil.

3 - PARAMETRES et MATERIELS NECESSAIRES :

3.1. Principe du Venturi

Installé sur une canalisation et dans le cas d'un écoulement de fluide incompressible (eau), le venturi peut être utilisé pour mesurer le débit dans la conduite.

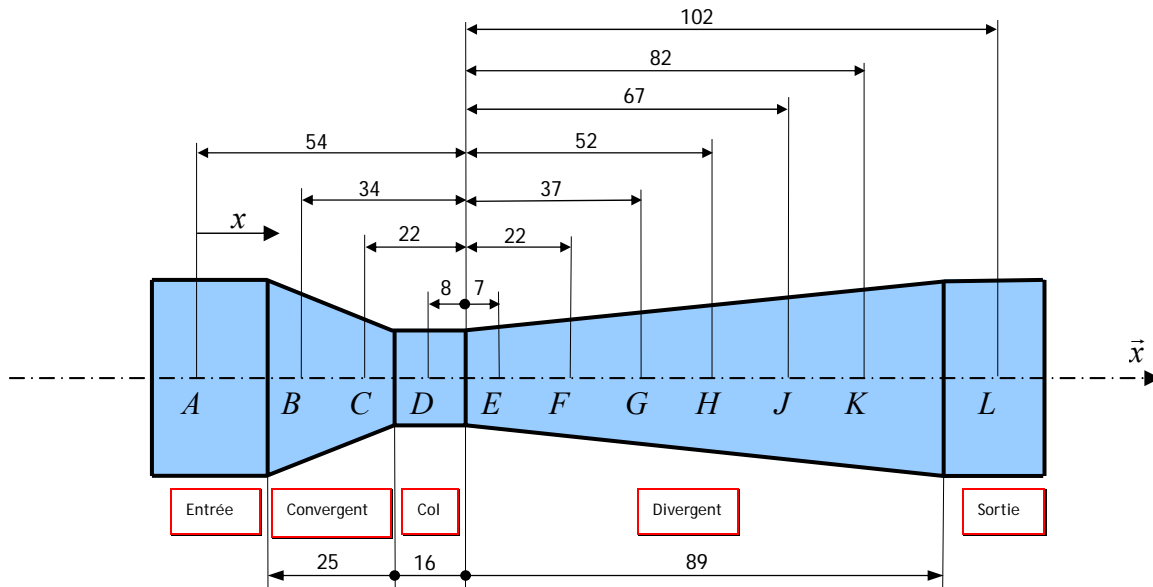
Le fluide circulant dans la conduite passe dans un convergent avant d'atteindre un col de section inférieure à celle de la conduite. La vitesse de l'écoulement augmente dans ce convergent. Cette augmentation de vitesse correspond par ailleurs à une diminution de pression.

En mesurant cette diminution de pression il est possible de déterminer la valeur du débit de l'écoulement.

Après le col, le fluide perd de sa vitesse et remonte en pression.

3.2. Géométrie du Venturi de la maquette

Les différentes sections du Venturi sont repérées par des lettres de A à L (sauf I).



	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L
Diamètre (mm)	26,00	23,20	18,40	16,00	16,80	18,47	20,16	21,84	23,53	25,24	26,00
Section (mm ²)	530,93	422,73	265,90	201,06	221,67	267,93	319,21	374,62	434,84	500,34	530,93

3.3. Matériels à prévoir

- ♦ *pompe à main pour le réglage de la contre pression,*
- ♦ *chronomètre et jeu de masses de 2kg pour la mesure des débits,*
- ♦ *papier millimétré pour le tracé des courbes demandées.*

4 - PREREQUIS

- ♦ *hydrostatique des fluides incompressibles,*
- ♦ *conservation de l'énergie d'un fluide incompressible non visqueux en écoulement irrotationnel permanent dans une conduite → équation de Bernoulli,*
- ♦ *pertes de charge singulières.*

II - NOTIONS de MECANIQUE des FLUIDES INCOMPRESSIBLES (Rappels de cours)

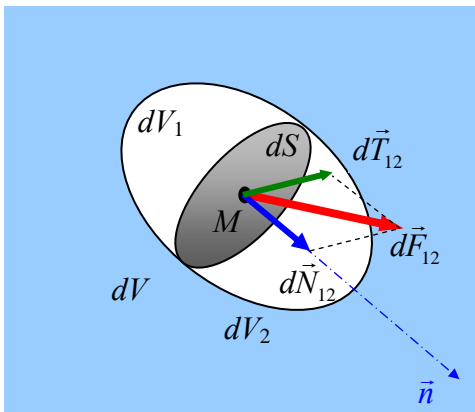
Un fluide est **incompressible** lorsqu'il possède une masse volumique ρ (kg/m³) constante.

Remarques : La densité est un terme sans dimension représentant le rapport entre la masse volumique du

$$\text{fluide considéré et celle de l'eau } (\rho_{\text{eau}} = 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/l}) : d = \frac{\rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{eau}}}.$$

Les liquides comme l'eau et l'huile peuvent être considérés comme des fluides incompressibles.

1 - PRESSION en un POINT d'un FLUIDE INCOMPRESSIBLE



Soit un petit volume dV entourant un point M situé dans un milieu fluide.

Le point M appartient à une facette dS séparant le volume dV en deux volumes élémentaires dV_1 et dV_2 .

Soit $d\vec{F}_{12}$ l'action mécanique exercée par le volume dV_1 sur le volume dV_2 :

$$d\vec{F}_{12} = d\vec{N}_{12} + d\vec{T}_{12} = dN_{12} \cdot \vec{n} + d\vec{T}_{12}$$

Soit \vec{n} la normale à la facette dS orientée du volume dV_1 vers le volume dV_2 sur lequel s'applique l'action mécanique $d\vec{F}_{12}$.

La composante $d\vec{T}_{12}$ représente le frottement visqueux de dV_1 sur dV_2 qui produit le cisaillement de la couche fluide dS . Si le fluide est au repos $d\vec{T}_{12} = \vec{0}$

La composante $d\vec{N}_{12}$ représente la force d'application de dV_1 sur dV_2 qui produit une pression de contact p telle que :

$$d\vec{N}_{12} = p \cdot dS \cdot \vec{n} \quad \text{ou} \quad p = \frac{\|d\vec{N}_{12}\|}{dS} = \frac{dN_{12}}{dS}$$

Unité de pression :

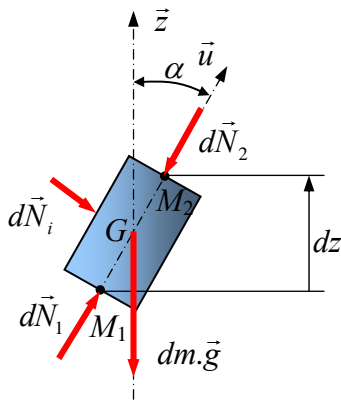
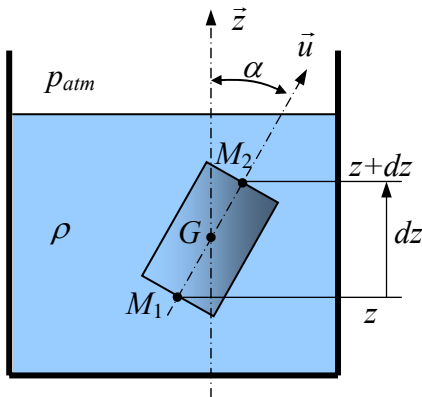
- ♦ unité SI \rightarrow pascal (Pa) \equiv N/m²
- ♦ autre unité \rightarrow bar \equiv daN/cm² \equiv 10N/10⁻⁴m² \equiv 10⁵N/m² \equiv 10⁵Pa

Remarques :

- ♦ la pression p est indépendante de l'orientation de la facette dS .
- ♦ la pression atmosphérique est $p_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar} \approx 10^5 \text{ Pa}$

2 - HYDROSTATIQUE : Etude d'un fluide au repos

2.1. Théorème de Pascal



Soit un élément de volume cylindrique d'un fluide incompressible de masse volumique ρ .

Ce cylindre élémentaire, de centre de gravité G , de surface de base dS et de longueur $M_1M_2 = d\ell$, a son axe $G\vec{u}$ incliné d'un angle α par rapport à un axe $G\vec{z}$ vertical montant.

M_1 et M_2 sont les centres des deux bases circulaires situées respectivement à une altitude z et $(z+dz)$ tel que $dz = d\ell \cdot \cos \alpha$.

Le cylindre élémentaire est en équilibre statique sous l'action des forces de contact sur les surfaces de base et la surface latérale et de la pesanteur.

$d\vec{N}_1, d\vec{N}_2, \sum d\vec{N}_i$ sont les résultantes respectives des actions de contact sur les surfaces de base et latérale du cylindre élémentaire.

$dm \cdot \vec{g}$ est le poids du cylindre élémentaire de volume dV tel que :

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dS \cdot d\ell$$

Soit p la pression du fluide en M_1 et $(p+dp)$ la pression du fluide en M_2 .

L'équation d'équilibre statique du cylindre élémentaire s'écrit :

$$d\vec{N}_1 + d\vec{N}_2 + \sum d\vec{N}_i + \rho \cdot dS \cdot d\ell \cdot \vec{g} = \vec{0}$$

En projection sur $G\vec{u}$, on obtient : $dN_1 - dN_2 - \rho \cdot dS \cdot d\ell \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$ avec $d\ell \cdot \cos \alpha = dz$

$$\Rightarrow p \cdot dS - (p+dp) \cdot dS - \rho \cdot g \cdot dS \cdot dz = 0 \Rightarrow -dp \cdot dS - \rho \cdot g \cdot dS \cdot dz = 0 \Rightarrow \boxed{dp + \rho \cdot g \cdot dz = 0}$$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho \cdot g = cste \Rightarrow p = -\rho \cdot g \cdot z + cste \Rightarrow \boxed{p + \rho \cdot g \cdot z = cste}$$

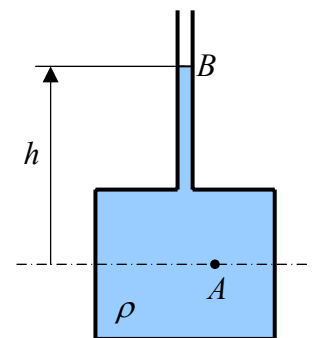
Remarques :

- ♦ la pression p en un point d'un fluide ne dépend que de l'altitude z ,
- ♦ les surfaces isobares sont des plans horizontaux.

2.2. Tube piézométrique (tonneau de Pascal)

$$p + \rho \cdot g \cdot z = cste \Rightarrow p_A + \rho \cdot g \cdot z_A = p_B + \rho \cdot g \cdot z_B \Rightarrow (p_A - p_B) = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

$$\boxed{\text{Si } p_B = p_{atm} \Rightarrow p_A = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h}$$

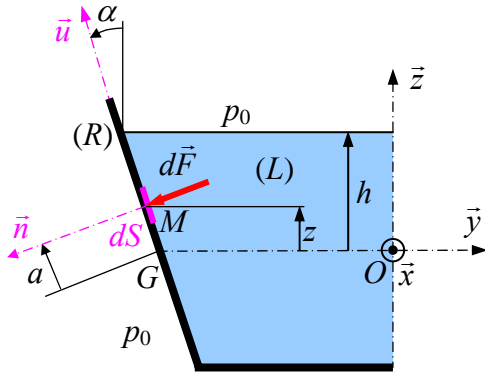


Remarques : Les pressions p_A et p_B sont des pressions absolues.

La quantité $\rho.g.h$ est une pression relative dans le cas général ou effective dans le cas où elle est définie par rapport à la pression atmosphérique.

Unités : ρ (Kg/m³). g (m/s²≡N/kg) . h (m) → N/m² ≡ Pa

2.3. Poussée d'un fluide sur une paroi inclinée (surface ouverte)



Soit dS un élément de surface d'une paroi d'un réservoir (R) orienté par sa normale extérieure \vec{n} et soumise à une poussée $d\vec{F}$, due au liquide stocké (L), en son centre M situé à une altitude z par rapport au centre de gravité G de la surface mouillée S .

La résultante des actions de poussée de (L) sur (R) s'écrit :

$$\vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = \iint_S d\vec{F} = \iint_S (p(M) - p_0) \cdot \vec{n} \cdot dS$$

avec $p(M) = p_0 + \rho.g.(h-z)$

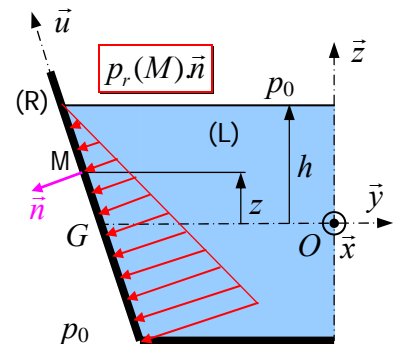
$$\rightarrow \vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = \vec{n} \cdot \left[\iint_S \rho.g.h.dS - \iint_S \rho.g.z.dS \right] = \rho.g.S.\vec{n} \cdot \left[h - \frac{\cos \alpha}{S} \iint_S \left(\frac{z}{\cos \alpha} \right) \cdot dS \right]$$

La quantité $\frac{1}{S} \iint_S \left(\frac{z}{\cos \alpha} \right) \cdot dS = \frac{1}{S} \iint_S a.dS$ représente l'altitude $\frac{z_G}{\cos \alpha} = 0$ suivant \vec{z} du centre de gravité G de la surface mouillée S de la paroi.

$$\rightarrow \vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = [\rho.g.h] \cdot S \cdot \vec{n} = p_{rG} \cdot S \cdot \vec{n} \quad \text{avec } p_{rG} = \rho.g.h \text{ (pression relative en } G\text{)}$$

Remarque : $\vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = p_{rG} \cdot S \cdot \vec{n}$ est la résultante des forces suivant \vec{n} dues à la pression relative $p_r(M) = p(M) - p_0$ du liquide (L) sur la paroi (R).

La pression relative $p_r(M) = \rho.g.(h-z)$ est une fonction linéaire de l'altitude z .



En considérant uniquement ce qui se passe dans le plan $G\vec{y}\vec{z}$ (globalement les moments s'annulent suivant \vec{y} et \vec{z}), le moment des forces de poussée défini au centre de gravité G de la surface mouillée

$$\text{s'écrit : } \vec{\mathcal{M}}_{G(L \rightarrow R)} = \iint_S \overrightarrow{GM} \wedge d\vec{F} = \iint_S a.\vec{u} \wedge p_r(M).\vec{n}.dS = \vec{x} \cdot \left[\iint_S a.\rho.g.h.dS - \iint_S a.\rho.g.z.dS \right]$$

$$\rightarrow \vec{\mathcal{M}}_{G(L \rightarrow R)} = \vec{x} \cdot \left[p_{rG} \cdot \iint_S \frac{z}{\cos \alpha} \cdot dS - \rho.g. \cdot \iint_S \frac{z}{\cos \alpha} \cdot z.dS \right] = \vec{x} \cdot \left[p_{rG} \cdot S \cdot \frac{z_G}{\cos \alpha} - \rho.g.\cos \alpha \cdot \iint_S \left(\frac{z}{\cos \alpha} \right)^2 \cdot dS \right]$$

avec $z_G = 0$ et $\iint_S \left(\frac{z}{\cos \alpha} \right)^2 dS = \iint_S a^2 dS = I_{G\bar{x}}$ représentant le moment quadratique/ $G\bar{x}$ de la surface mouillée.

$$\rightarrow \vec{\mathcal{M}}_{G(L \rightarrow R)} = -\rho \cdot g \cdot I_{G\bar{x}} \cdot \cos \alpha \bar{x} \quad \text{avec } \rho(\text{kg/m}^3), g(\text{m/s}^2 \equiv \text{N/kg}) \text{ et } I_{G\bar{x}} (\text{m}^4)$$

Le torseur des actions du liquide (L) sur la paroi du réservoir (R) est s'écrit finalement :

$$\left\{ \mathcal{J}_{(L \rightarrow R)} \right\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = \rho \cdot g \cdot h \cdot S \cdot \vec{n} = p_{rG} \cdot S \cdot \vec{n} \\ \vec{\mathcal{M}}_{G(L \rightarrow R)} = -\rho \cdot g \cdot I_{G\bar{x}} \cos \alpha \cdot \bar{x} \end{array} \right\}_G \quad \text{Ce torseur est un glisseur } (\vec{\mathcal{R}} \perp \vec{\mathcal{M}})$$

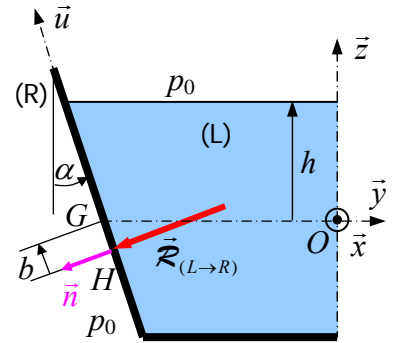
Centre de poussée : C'est le point central H de la paroi par lequel passe l'axe du glisseur $\left\{ \mathcal{J}_{(L \rightarrow R)} \right\}$ et tel que $\vec{\mathcal{M}}_{H(L \rightarrow R)} = \vec{0}$:

$$\vec{\mathcal{M}}_{H(L \rightarrow R)} = \vec{0} = \vec{\mathcal{M}}_{G(L \rightarrow R)} + \overrightarrow{HG} \wedge \vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = -\rho \cdot g \cdot I_{G\bar{x}} \cdot \cos \alpha \cdot \bar{x} + b \cdot \vec{u} \wedge p_{rG} \cdot S \cdot \vec{n}$$

$$\rightarrow \vec{\mathcal{M}}_{H(L \rightarrow R)} = [-\rho \cdot g \cdot I_{G\bar{x}} \cdot \cos \alpha + b \cdot p_{rG} \cdot S] \bar{x} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GH} = -b \cdot \vec{u} = -\frac{\rho \cdot g \cdot I_{G\bar{x}}}{p_{rG} \cdot S} \cdot \cos \alpha \cdot \vec{u} = -\frac{I_{G\bar{x}}}{h \cdot S} \cdot \cos \alpha \cdot \vec{u}$$

- $b > 0 \rightarrow$ le centre de poussée H se situe en dessous du centre d'inertie G .
- Le torseur équivalent exprimé en H se réduit donc à un seul effort résultant $\vec{\mathcal{R}}_{(L \rightarrow R)} = p_{rG} \cdot S \cdot \vec{n}$.
- Cette propriété est notamment utilisée pour étudier la stabilité des barrages.



Si la surface mouillée S est rectangulaire de largeur L suivant \bar{x} et de hauteur $\frac{2 \cdot h}{\cos \alpha}$

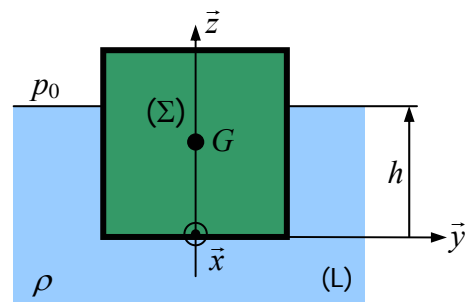
$$I_{G\bar{x}} = \frac{L}{12} \left(\frac{2 \cdot h}{\cos \alpha} \right)^3 = \frac{2 \cdot L \cdot h^3}{3 \cdot \cos^3 \alpha} \quad \text{et } S = \frac{2 \cdot L \cdot h}{\cos \alpha} \rightarrow b = \frac{2 \cdot L \cdot h^3}{3 \cdot \cos^3 \alpha \cdot h} \cdot \cos \alpha \rightarrow b = \frac{h}{3 \cdot \cos \alpha}$$

Le centre de poussée se situe donc à une profondeur égale à 2/3 de la hauteur totale de remplissage.

2.4. Poussée d'un fluide sur une surface fermée : théorème d'Archimède

Un solide (Σ), en forme de parallélépipède rectangle (pour simplifier) de centre de gravité G et de masse m , est en équilibre dans un liquide (L) de masse volumique ρ .

Le volume total du solide (Σ) est $V = a \cdot b \cdot c$ où a , b et c représentent ses dimensions respectives suivant \bar{x} , \bar{y} et \bar{z} . Seule une partie h de la hauteur de ce volume est immergée (volume de carène) : $V_{immergé} = a \cdot b \cdot h$.

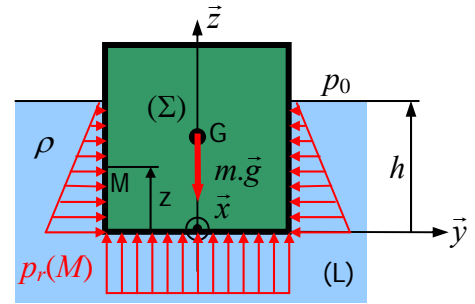


L'équilibre du solide (Σ) sera étudié en utilisant les pressions relatives $p_r(M)$ par rapport à la pression absolue p_0 agissant au dessus du liquide (L) :

$$p_r(M) = p(M) - p_0 = \rho \cdot g \cdot (h-z)$$

où $p(M)$ représente la pression absolue en un point M de la surface du solide (Σ).

La pression relative $p_r(M)$ est donc une fonction linéaire de la profondeur ($h-z$).



En exprimant l'équilibre du solide (Σ) suivant \vec{z} (les forces de poussée s'annulent suivant \vec{x} et \vec{y}), on obtient l'équation :

$$F - m \cdot g = 0.$$

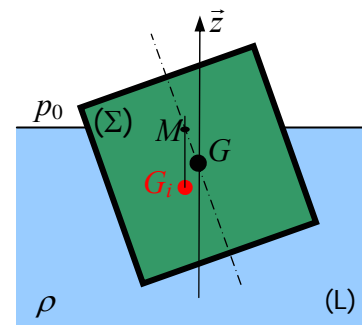
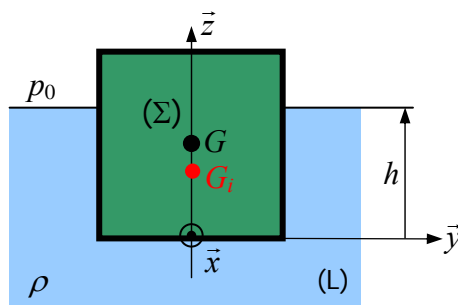
F représente la résultante des forces dues à la pression exercée par le fluide sur le fond du solide (Σ) de surface $a \cdot b$ telle que :

$$F = \iint_S p_r(M) \cdot dS \text{ avec } p_r(M) = p_r(z=0) = \rho \cdot g \cdot h = cste \rightarrow F = \rho \cdot g \cdot h \cdot a \cdot b \rightarrow \boxed{F = \rho \cdot g \cdot V_{immergé}}.$$

La force $\vec{F} = F \cdot \vec{z}$, appelée **poussée d'Archimède**, est donc équivalente au poids du liquide déplacé par le solide (Σ). Elle est directement opposée au poids du solide (Σ) et passe par le centre de gravité G_i du liquide déplacé (centre de poussée).

Remarques : Le solide (Σ) sera en équilibre si son volume immergé reste inférieur ou égal à son

$$\text{volume total : } \boxed{V_{immergé} = V_{carène} = \frac{m}{\rho} \leq V_{\Sigma}}$$



Si le solide (Σ) est homogène et complètement immergé, la poussée d'Archimède est appliquée au centre de gravité du solide confondu avec le centre de poussée.

Si le solide (Σ) est hétérogène et complètement immergé, sa stabilité sera obtenue lorsque son centre de gravité est en dessous du centre de poussée G_i .

Dans le cas d'un corps flottant, celui-ci sera stable en roulis si son centre de gravité se situe en dessous du métacentre M , intersection de la verticale du centre de poussée et de son axe de symétrie, d'où la nécessité d'abaisser le centre de gravité des bateaux au maximum.

3 - DYNAMIQUE des FLUIDES INCOMPRESSIBLES

3.1. Description du mouvement d'un fluide

En mécanique du solide, le mouvement d'un point de ce solide est défini en fonction du temps t par rapport à un repère fixe : il s'agit d'une description **Lagrangienne** du mouvement.

En mécanique des fluides, le mouvement d'une particule fluide est défini lorsque celle-ci passe à une date t par un point appartenant au repère fixe de référence : c'est la description **Eulérienne** du mouvement. La vitesse de la particule fluide est appelée vitesse particulaire.

La **trajectoire** d'une particule fluide est la courbe tangente à ses vecteurs vitesses dans la description Lagrangienne de son mouvement.

Les **lignes de courant** sont des lignes imaginaires indiquant, à une date t , la direction du mouvement de l'ensemble des particules fluides. Elles sont tangentes aux vecteurs vitesses des particules fluides et donc à leur trajectoire.

Un **tube de courant** est une sorte de canalisation formée d'un faisceau de lignes de courant. Les lignes de courant intérieures au tube de courant forment une **veine fluide**. Si le tube de courant a une section transversale élémentaire, c'est un **filet de courant**.

Une **ligne d'émission** est une ligne matérielle définie, à une date t , par l'ensemble des particules fluides qui passeront ou sont passée par un point donné appelé **centre d'émission**.

Un écoulement est dit **stationnaire ou permanent** si la pression et le champ des vecteurs vitesses définis sur le volume de fluide observé sont indépendants du temps.

Dans un écoulement permanent, trajectoire, ligne de courant et ligne d'émission sont confondues. Aucune particule fluide ne traverse donc un tube de courant.

Un écoulement peut être **interne** (circuit de transport de fluide) ou **externe** (écoulement autour d'un obstacle).

Ce qui suit concernera uniquement l'écoulement permanent interne d'un fluide incompressible.

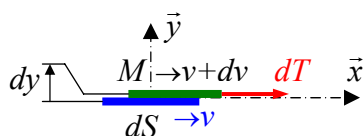
3.2. Viscosité d'un fluide :

La viscosité caractérise les frottements internes ou intermoléculaires à l'intérieur d'un fluide, c'est à dire sa capacité à s'écouler. Elle est fonction de la température : elle diminue quand la température augmente.

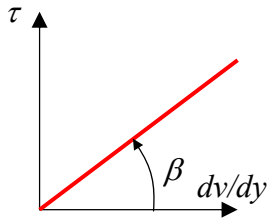
a) Viscosité dynamique μ

Elle caractérise l'aptitude des couches de fluide à glisser les unes sur les autres. Pour un fluide visqueux dit newtonien, toutes les couches de fluides glissent de la même façon.

Dans ce cas, si dT est l'effort qui produit le cisaillement des couches fluides (voir 1-), la contrainte de cisaillement en M sur la facette de normale \vec{y} est définie par la loi de Newton :



$$\vec{\tau}(M, \vec{y}) = \tau \cdot \vec{x} = \frac{dT}{dS} = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{\tau}{dv/dy} \left(\frac{N/m^2}{m/s/m} \equiv \frac{N \cdot s}{m^2} \right)$$



Pour un fluide visqueux **newtonien**, la contrainte de cisaillement est une fonction linéaire de l'accroissement de vitesse entre les couches successives $dv/dy \rightarrow \mu = \tan\beta$

Unités : - unité SI $\rightarrow \mu$ est exprimée en Pa.s (N.s/m²)
 - autre unité \rightarrow la poise $\equiv 0,1\text{Pa.s}$.

b) Viscosité cinématique ν

C'est le rapport de la viscosité dynamique μ d'un fluide à sa masse volumique ρ soit $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

En pratique, elle est obtenue en mesurant, à une température donnée, la durée d'un volume connu de liquide à travers un entonnoir de section normalisée.

Unités : - unite SI $\rightarrow \nu = \frac{\mu}{\rho} \equiv \frac{N.s/m^2}{kg/m^3} \equiv \frac{N}{kg} .m.s \equiv \frac{m}{s^2} .m.s \rightarrow \nu$ en m² / s

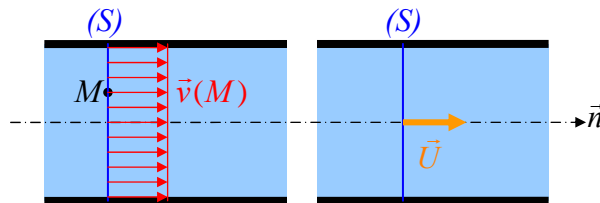
- autre unité \rightarrow stoke (st), 1st = 1cm²/s = 10⁻⁴m²/s

Exemple pour l'eau à 20°C : $\mu \approx 10^{-3}\text{Pa.s}$; $\rho \approx 10^3\text{kg/m}^3$; $\nu \approx 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$.

Remarque : Un **fluide parfait** est un fluide de viscosité nulle donc n'ayant aucune adhérence sur la paroi d'une conduite.

3.3. Champ des vitesses dans la section droite d'une conduite cylindrique

a) Ecoulement des fluides parfait ($\mu = 0$)



Le champ de vitesses est uniforme et indépendant du temps $\rightarrow \forall M, \vec{v}(M) = cste$.

La vitesse moyenne débitante \vec{U} sur la ligne moyenne de la conduite est définie par :

$$\vec{U} = U.\vec{n} = \frac{1}{S} \iint_S \vec{v}(M).dS = v(M).\vec{n}$$

b) Ecoulement des fluides réels ($\mu \neq 0$)

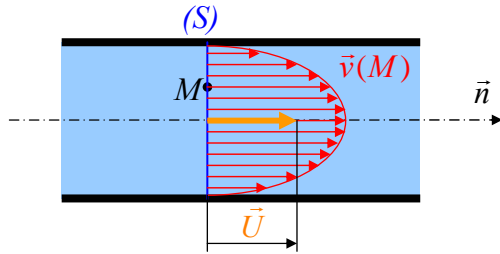
La nature de l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite est caractérisée par le

nombre de Reynolds (sans dimension) : $\mathcal{R}_e = \frac{U.D}{\nu}$

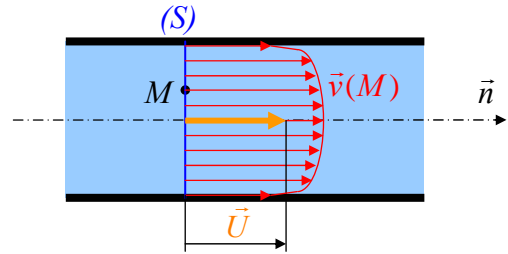
- ♦ U est la vitesse moyenne débitante en m/s,
- ♦ ν est la viscosité cinématique en m²/s,
- ♦ D est la dimension transversale caractéristique en m : diamètre hydraulique
 \rightarrow diamètre pour une conduite circulaire,
 $\rightarrow D = 4.S/C$ pour une section S non circulaire, C représentant le périmètre mouillé.

Deux types d'écoulement sont alors observés : $\mathcal{R}_e < 2000 \rightarrow$ écoulement laminaire,
 $\mathcal{R}_e > 3000 \rightarrow$ écoulement turbulent.

Si $2000 < \mathcal{R}_e < 3000$, l'écoulement est incertain.



Écoulement laminaire $\mathcal{R}_e < 2000$



Écoulement turbulent $\mathcal{R}_e > 3000$

Remarques : Le champ de vitesses d'un écoulement turbulent se rapproche de celui d'un fluide parfait.

Le champ des vitesses d'un écoulement laminaire est parabolique.

3.4. Principe de conservation de la masse

Soit une veine fluide (\mathcal{D}) située entre les sections dS_1 et dS_2 d'un écoulement permanent.

Pendant le temps dt , les sections dS_1 et dS_2 se déplacent respectivement de $d\ell_1$ et $d\ell_2$ aux vitesses moyennes débitantes U_1 et U_2 .

La masse se conserve entre le temps t et le temps $(t+dt)$: $dm_1 = dm_2$.

$$\rightarrow \rho_1 \cdot dS_1 \cdot d\ell_1 = \rho_2 \cdot dS_2 \cdot d\ell_2$$

En divisant par dt : $\rho_1 \cdot \frac{d\ell_1}{dt} \cdot dS_1 = \rho_2 \cdot \frac{d\ell_2}{dt} \cdot dS_2$

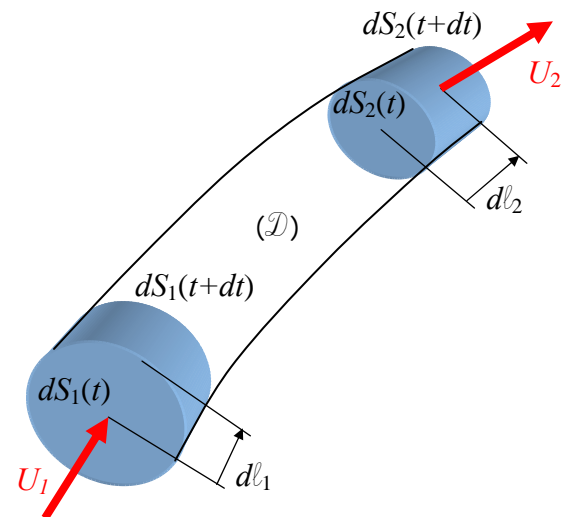
Puis en intégrant la quantité $v_i \cdot dS_i$:

$$\rho_1 \iint_{S_1} v_1 \cdot dS_1 = \rho_2 \iint_{S_2} v_2 \cdot dS_2 \rightarrow \rho_1 \cdot S_1 \cdot \underbrace{\frac{1}{S_1} \iint_{S_1} v_1 \cdot dS_1}_{U_1} = \rho_2 \cdot S_2 \cdot \underbrace{\frac{1}{S_2} \iint_{S_2} v_2 \cdot dS_2}_{U_2} \rightarrow \rho_1 \cdot S_1 \cdot U_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot U_2$$

\rightarrow Le principe de conservation de la masse conduit à l'expression $\rho \cdot S \cdot U = cste$

(ρ en kg/m^3 , S en m^2 , U en $m/s \rightarrow \rho \cdot S \cdot U$ en kg/s)

Cette propriété est aussi valable pour les fluides compressibles



La quantité $\rho.S.U$ représente le débit massique $Q_m = \frac{dm}{dt} = \rho.S.U$ $\left(\frac{kg}{m^3} \cdot m^2 \cdot \frac{m}{s}\right) \equiv kg/s$

La quantité $S.U$ représente le débit volumique $Q_v = \frac{Q_m}{\rho} = \frac{dV}{dt} = S.U$ $\left(\frac{kg/s}{kg/m^3}\right) \equiv m^3/s$

Equation de continuité pour un fluide incompressible en écoulement permanent :

$$Q_v = cste \rightarrow S_1.U_1 = S_2.U_2 \quad (m^2 \cdot m/s \equiv m^3/s)$$

Propriété non valable pour les fluides compressibles

3.5. Conservation de l'énergie pour un fluide parfait : Théorème de Bernoulli

a) Sans transfert d'énergie avec l'extérieur de la conduite

Soient G_1 et G_2 les centres d'inertie, d'altitude z_1 et z_2 , des volumes respectifs $dV_1 = dS_1 \cdot dl_1$ et $dV_2 = dS_2 \cdot dl_2$, de masse dm_1 et dm_2 où règne les pressions p_1 et p_2 .

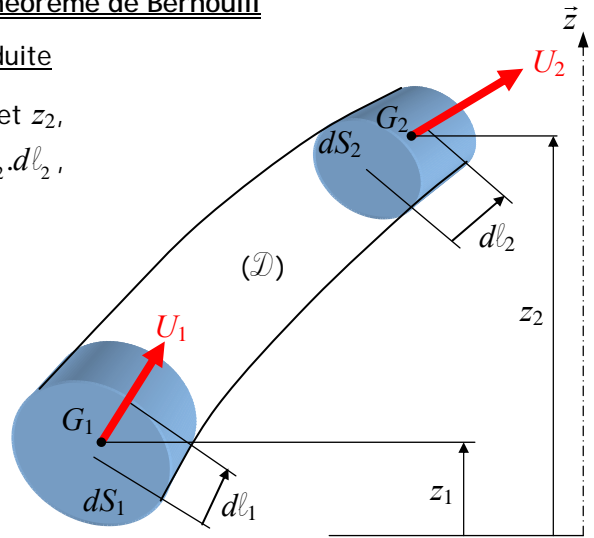
Energie cinétique : $dE_{Ci} = \frac{1}{2} dm_i \cdot U_i^2$

Energie potentielle de pesanteur :

$$dE_{Pi} = dm_i \cdot g \cdot z_i$$

Travail des forces de pression :

$$dW_i = p_i \cdot dS_i \cdot dl_i = p_i \cdot dV_i = p_i \cdot \frac{dm_i}{\rho}$$



La conservation de l'énergie mécanique permet d'écrire :

$$dE_{Ci} + dE_{Pi} + dW_i = cste = \frac{1}{2} dm_i \cdot U_i^2 + dm_i \cdot g \cdot z_i + p_i \cdot \frac{dm_i}{\rho} = dm_i \cdot \left(\frac{U_i^2}{2} + g \cdot z_i + \frac{p_i}{\rho} \right)$$

$$dm_i = cste \rightarrow \left(\frac{U_i^2}{2} + g \cdot z_i + \frac{p_i}{\rho} \right) = cste \quad \text{Théorème de Bernoulli sans transfert d'énergie}$$

Remarques : Entre deux points d'une conduite sans échange d'énergie avec l'extérieur, le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$\left(\frac{U_1^2}{2} + g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} \right) = \left(\frac{U_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) \Rightarrow \frac{1}{2}(U_2^2 - U_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) = 0$$

Les termes de cette expression son homogène à des J/kg :

- ♦ $\left(\frac{U_i^2}{2} \right)$ en $\frac{m^2}{s^2} \equiv m \cdot \frac{m}{s^2} \equiv m \cdot \frac{N}{kg} \equiv \frac{J}{kg}$
- ♦ $(g \cdot z_i)$ en $\frac{m}{s^2} \cdot m \equiv \frac{N}{kg} \cdot m \equiv \frac{J}{kg}$
- ♦ $\left(\frac{p_i}{\rho} \right)$ en $\frac{Pa}{kg/m^3} \equiv \frac{N/m^2}{kg/m^3} \equiv \frac{N \cdot m}{kg} \equiv \frac{J}{kg}$

b) Avec transfert d'énergie avec l'extérieur de la conduite

Soit \mathcal{W}_{12} , le travail par unité de masse échangé avec le milieu extérieur entre les sections dS_1 et dS_2 :

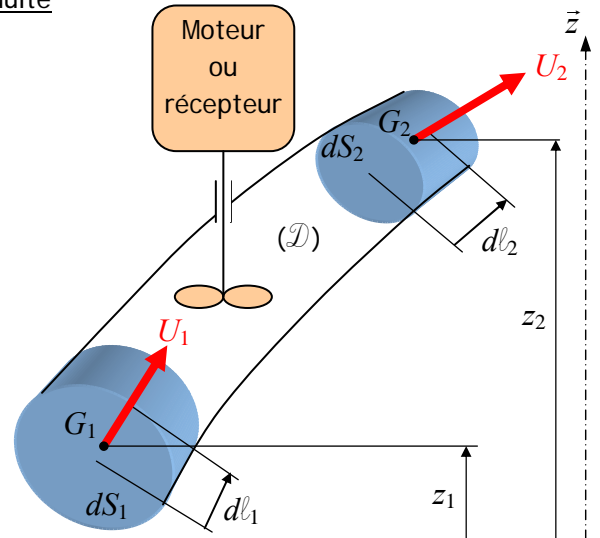
$$\mathcal{W}_{12} = \mathcal{W}_2 - \mathcal{W}_1$$

Dans le cas d'un moteur (pompe) :

$$\mathcal{W}_{12} > 0 \text{ (le système reçoit).}$$

Dans le cas d'un récepteur (turbine) :

$$\mathcal{W}_{12} < 0 \text{ (le système donne).}$$

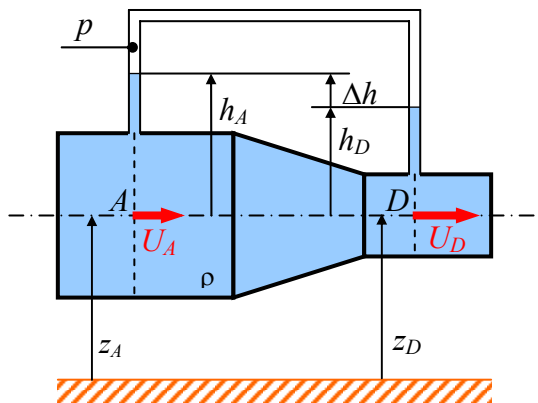


L'équation de Bernoulli avec transfert d'énergie s'écrit :

$$\frac{1}{2}(U_2^2 - U_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) = \mathcal{W}_{12} \text{ (J/kg)}$$

3.6. Applications

a) Etude théorique d'un Venturi



Equation de continuité : $Q_v = S_A \cdot U_A = S_D \cdot U_D$

Théorème de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}(U_D^2 - U_A^2) + g \cdot (z_D - z_A) + \frac{1}{\rho}(p_D - p_A) = 0$$

Si le Venturi est horizontal : $z_A = z_D$

Théorème de Pascal :

$$\left. \begin{matrix} p_A = p + \rho \cdot g \cdot h_A \\ p_D = p + \rho \cdot g \cdot h_D \end{matrix} \right\} \rightarrow p_D - p_A = \rho \cdot g \cdot \underbrace{(h_D - h_A)}_{-\Delta h} = -\rho \cdot g \cdot \Delta h$$

$$U_D = \frac{Q_v}{S_D} \text{ et } U_A = \frac{Q_v}{S_A} \rightarrow (U_D^2 - U_A^2) = \frac{Q_v^2}{S_A^2} \left[\left(\frac{S_A}{S_D} \right)^2 - 1 \right]$$

$$\frac{1}{2} \frac{Q_v^2}{S_A^2} \left[\left(\frac{S_A}{S_D} \right)^2 - 1 \right] - g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow Q_v = S_A \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{\left(\frac{S_A}{S_D} \right)^2 - 1}}$$

$$\text{avec } \left. \begin{matrix} g \text{ en } m/s^2 \\ \Delta h \text{ en } m \\ S \text{ en } m^2 \end{matrix} \right\} \rightarrow Q_v \text{ en } m^2 \sqrt{\frac{m}{s^2}} \cdot m \equiv m^3/s$$

Avec un Venturi, il est donc possible de calculer le débit volumique dans un circuit hydraulique.

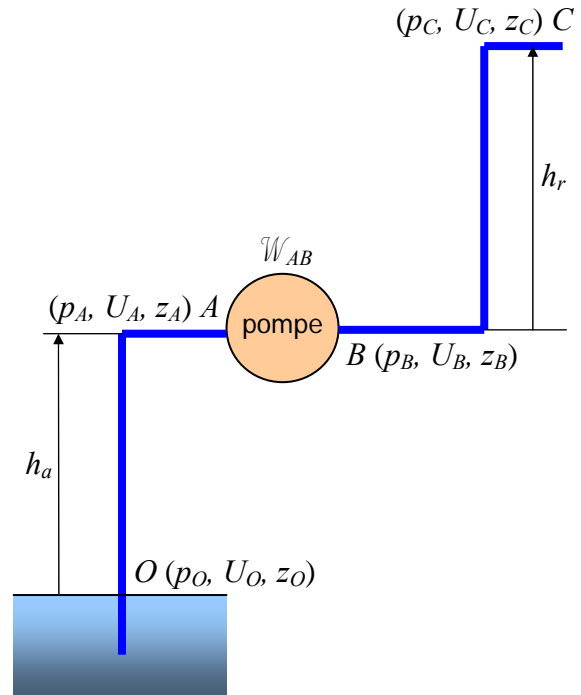
b) Etude théorique d'une installation de pompage

Une pompe est installée dans un circuit hydraulique entre un point *A* (aspiration) et un point *B* (refoulement).

La conduite d'aspiration de hauteur $h_a = z_A - z_O$ se situe entre *O* (surface libre de la nappe phréatique) et *A*.

La conduite de refoulement de hauteur $h_r = z_C - z_B$ se situe entre *B* et *C* (utilisation).

Le but de cette application est de déterminer la puissance théorique de la pompe, c'est à dire sans considérer les pertes d'énergie dans le circuit et les rendements hydrauliques, volumétrique et mécanique de la pompe.



Application du théorème de Bernoulli entre les différents points de l'installation :

- ♦ Entre O et A (pas de transfert d'énergie) : $\frac{1}{2}(U_A^2 - U_O^2) + g \cdot (z_A - z_O) + \frac{1}{\rho}(p_A - p_O) = 0$
- ♦ Entre A et B (transfert d'énergie) : $\frac{1}{2}(U_B^2 - U_A^2) + g \cdot (z_B - z_A) + \frac{1}{\rho}(p_B - p_A) = \mathcal{W}_{AB}$
- ♦ Entre B et C (pas de transfert d'énergie) : $\frac{1}{2}(U_C^2 - U_B^2) + g \cdot (z_C - z_B) + \frac{1}{\rho}(p_C - p_B) = 0$

En ajoutant ces 3 équations, on obtient : $\frac{1}{2}(U_C^2 - U_O^2) + g \cdot (z_C - z_O) + \frac{1}{\rho}(p_C - p_O) = \mathcal{W}_{AB}$

En pratique, on considère que $p_O = p_C = p_{atm}$ et $z_A = z_B = h_a$.

Par ailleurs, le niveau de la nappe phréatique est constant donc $U_O = 0$ et les sections *S* de conduite sont identiques, ce qui entraîne $U_A = U_B = U_C = Q_v/S$ (équation de continuité).

Les 4 équations deviennent :

$$\frac{1}{2}U_A^2 + g \cdot h_a + \frac{1}{\rho}(p_A - p_{atm}) = 0 \quad (1) \rightarrow p_A = p_{atm} - \frac{1}{2}\rho \cdot U_A^2 - \rho \cdot g \cdot h_a$$

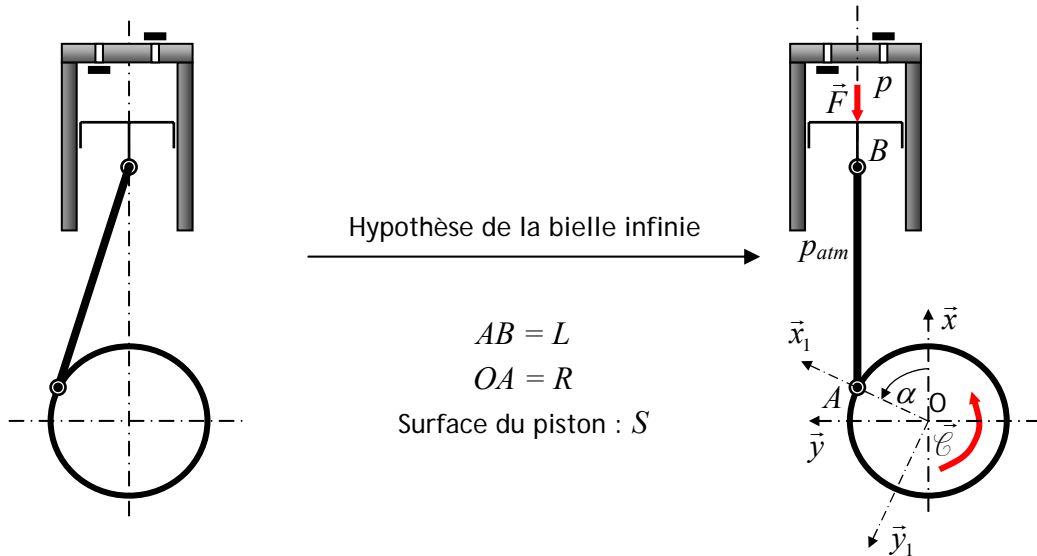
$$(2) \rightarrow \underbrace{\mathcal{W}_{AB}}_{J/kg} = \frac{1}{\rho}(p_B - p_A) \quad \text{et} \quad g \cdot h_r + \frac{1}{\rho}(p_{atm} - p_B) = 0 \quad (3) \rightarrow p_B = \rho \cdot g \cdot h_r + p_{atm}$$

$$\frac{1}{2}U_C^2 + g \cdot (h_a + h_r) = \mathcal{W}_{AB} \quad (4) \rightarrow \mathcal{W}_{AB} = \frac{Q_v^2}{2 \cdot S^2} + g \cdot (h_a + h_r) = \frac{1}{\rho} \cdot (p_B - p_A)$$

La puissance hydraulique théorique d'une pompe est définie par :

$$\mathcal{P} = W_{AB} \cdot Q_m \left(\frac{J}{kg} \cdot \frac{kg}{s} \equiv \frac{J}{s} \equiv W \right) \rightarrow \mathcal{P} = \frac{Q_m}{\rho} (p_B - p_A) = Q_v \cdot \Delta p_{AB}$$

Remarque : analogie entre puissance hydraulique et puissance mécanique (pompe à piston)



La force \vec{F} est la résultante des forces de pression sur le piston et le couple \vec{C} est le couple d'entraînement du vilebrequin de la pompe.

Le fonctionnement d'une pompe monocylindre s'établit sur un cycle de 2π (un tour de manivelle).

Pour $0 \leq \alpha \leq \pi$, la pompe est en phase d'aspiration ($p = p_A$).

Pour $\pi \leq \alpha \leq 2\pi$, la pompe est en phase de refoulement ($p = p_B$).

En considérant la vitesse de rotation $N(t/mn)$ du vilebrequin constante et en isolant l'ensemble (Σ) piston-bielle-manivelle-vilebrequin, l'équilibre statique s'écrit :

$$\sum \vec{M}_{O(\vec{x} \rightarrow \Sigma)} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OB} \wedge \vec{F} + \vec{C} = \vec{0}$$

$$\rightarrow \mathcal{C} \cdot \vec{z} + (R \cdot \vec{x}_1 + L \cdot \vec{x}) \wedge -F \cdot \vec{x} = \vec{0} \Rightarrow \mathcal{C} \cdot \vec{z} + [R \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x} + \sin \alpha \cdot \vec{y}) + L \cdot \vec{x}] \wedge -F \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow / \vec{z} : \mathcal{C} + F \cdot R \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow \mathcal{C}(\alpha) = -F \cdot R \cdot \sin \alpha \text{ avec } F = (p - p_{atm}) \cdot S$$

Le travail du couple \mathcal{C} sur un cycle est défini par : $W_{cycle} = \int_0^{2\pi} \mathcal{C}(\alpha) \cdot d\alpha = \int_0^{2\pi} -F \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$

$$\rightarrow W_{cycle} = \int_0^{\pi} -(p_A - p_{atm}) \cdot S \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha + \int_{\pi}^{2\pi} -(p_B - p_{atm}) \cdot S \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

Les pressions p_A à l'aspiration et p_B au refoulement sont constantes :

$$W_{cycle} = -(p_A - p_{atm}) \cdot R \cdot S \cdot \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot d\alpha - (p_B - p_{atm}) \cdot R \cdot S \cdot \int_{\pi}^{2\pi} \sin \alpha \cdot d\alpha$$

$$W_{cycle} = -(p_A - p_{atm}) \cdot R \cdot S \cdot [-\cos \alpha]_0^{\pi} - (p_B - p_{atm}) \cdot R \cdot S \cdot [-\cos \alpha]_{\pi}^{2\pi}$$

$$\Rightarrow W_{cycle} = -(p_A - p_{atm}) \cdot R \cdot S \cdot [+2] - (p_B - p_{atm}) \cdot R \cdot S \cdot [-2]$$

$$\rightarrow W_{\text{cycle}} = 2R.S.(p_B - p_A)$$

Le terme $2R$ représente la course totale du piston, en m/cycle, pendant le refoulement.

Le terme $2R.S$ représente donc le débit de la pompe en m^3/cycle .

Le travail de la pompe W_{cycle} est donc défini en $\left(\frac{m^3}{\text{cycle}} \cdot \frac{N}{m^2} \right) \equiv \frac{N.m}{\text{cycle}} \equiv J/\text{cycle}$.

La puissance mécanique sera donc définie par :

$$P = W_{\text{cycle}} \cdot \frac{N_{t/mn}}{60} \left(\frac{J}{\text{cycle}} \cdot \frac{\text{cycle}}{\text{tour}} \cdot \frac{\text{tour}}{mn} \cdot \frac{mn}{s} \equiv \frac{J}{s} \equiv W \right)$$

où $\frac{N_{t/mn}}{60}$ représente un nombre de cycles/seconde

$$P = 2.R.S. \cdot \frac{N_{t/mn}}{60} (p_B - p_A) \quad \text{avec} \quad 2.R.S. \cdot \frac{N_{t/mn}}{60} = Q_v \left(\frac{m^3}{\text{cycle}} \cdot \frac{\text{cycle}}{s} \equiv \frac{m^3}{s} \right)$$

$$\rightarrow \mathcal{P} = Q_v (p_B - p_A)$$

Il y a donc analogie entre cette puissance mécanique et la puissance hydraulique définie précédemment.

3.7. Cas des fluides réels : pertes de charge

Pour un fluide parfait, l'équation de Bernoulli avec transfert d'énergie permet d'établir une relation entre le travail des machines installées dans un circuit hydraulique et les caractéristiques de l'écoulement du fluide :

$$W_{12} (J/kg) = \frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1)$$

La puissance théorique de ces machines est alors définie par l'expression :

$$P = W_{12} \cdot Q_m \left(\frac{J}{kg} \cdot \frac{kg}{s} \equiv \frac{J}{s} \equiv W \right)$$

Si l'on considère un fluide réel, il faut considérer les pertes de puissance par **frottement** \mathcal{P}_f du fluide sur la paroi de la conduite ainsi que dans les accidents de forme du circuit hydraulique (**singularités**), les frottements étant dus à la viscosité du fluide.

Pour un fluide réel, l'équation de Bernoulli devient :

$$W_{12} (J/kg) = \frac{1}{2} (U_2^2 - U_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + W_f$$

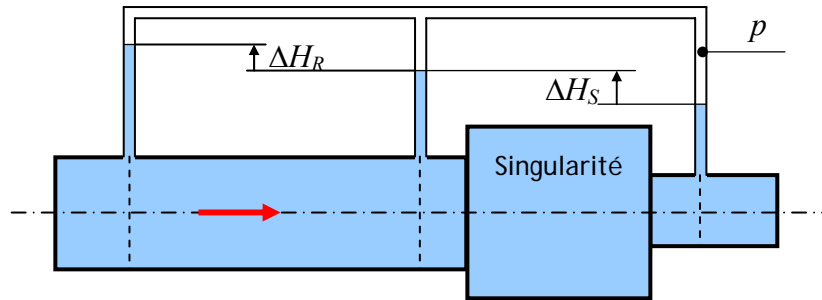
où W_f représente de travail > 0 en J/kg des forces de frottement c'est à dire les **pertes de charge**.

Si W_{12} représente de travail d'une pompe, celle ci devra entraîner le fluide aux conditions (p, U, z) souhaitées mais aussi s'opposer aux frottements visqueux.

S'il n'y a pas de machine dans la portion 1-2 du circuit, $\mathcal{W}_{12} = 0$.

Il y a deux types de pertes de charge :

- ♦ les pertes de charge **régulières** (linéaires) \mathcal{W}_R qui proviennent des frottements du fluide sur la paroi et réparties le long de la conduite,
- ♦ les pertes de charge **singulières** \mathcal{W}_S concentrées au voisinage d'une singularité (coude, rétrécissement, élargissement, Venturi, vanne etc...).

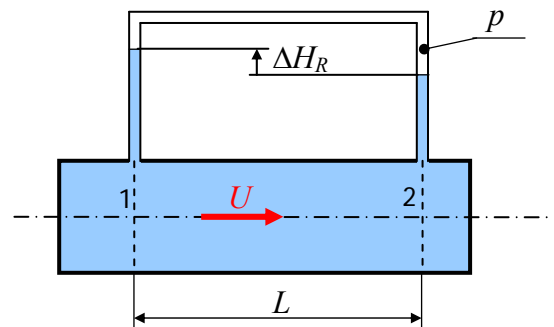


$$\mathcal{W}_f = \mathcal{W}_R + \mathcal{W}_S = \Sigma(g.\Delta H_R) + \Sigma(g.\Delta H_S)$$

a) Pertes de charge régulières

Pour une conduite horizontale de section constante, la vitesse moyenne d'écoulement U est constante. Le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$(p_2 - p_1) + \rho.g.\Delta H_R = 0 \rightarrow g.\Delta H_R = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$



La perte de charge est calculée expérimentalement par la formule de Weisbach :

$$g.\Delta H_R = \frac{\lambda.L.U^2}{2.D} \rightarrow \lambda = \frac{2.D.g.\Delta H_R}{L.U^2}$$

- ♦ L représente la longueur de la conduite et D son diamètre hydraulique,
- ♦ λ représente le coefficient de perte de charge régulière (sans unité) fonction :
 - de la nature de la conduite,
 - de l'état de surface de la conduite défini par la rugosité relative k/D (k profondeur moyenne de rugosité),
 - du régime de l'écoulement (nombre de Reynolds).

Détermination théorique du coefficient de pertes de charge λ :

- ♦ Régime laminaire ($\mathcal{R}_e < 2000$) : $\lambda(\mathcal{R}_e) \rightarrow$ formule de Poiseuille $\lambda = \frac{64}{\mathcal{R}_e}$
- ♦ Régime turbulent lisse ($2000 < \mathcal{R}_e < 10^5$) : $\lambda(\mathcal{R}_e) \rightarrow$ formule de Blasius $\lambda = 0,316.\mathcal{R}_e^{-0,25}$

- ♦ Régime turbulent rugueux ($\mathcal{R}_e > 2000$) : $\lambda(\mathcal{R}_e, k/D) \rightarrow$ formule de Blench $\lambda = 0,79 \sqrt{\frac{k}{D}}$

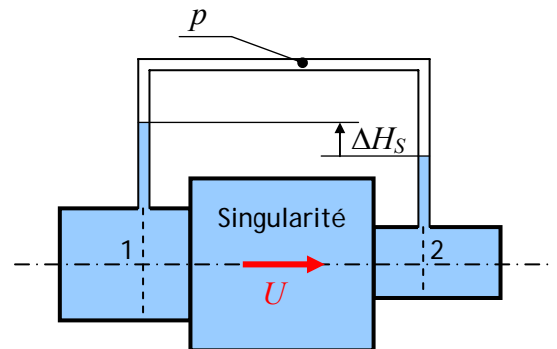
La valeur de λ peut aussi être définie à partir des abaques de Nikuradse ou de Moody.

b) Pertes de charge singulières

Pour une conduite horizontale, le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(U_2^2 - U_1^2) + g.\Delta H_s = 0$$

$$\rightarrow g.\Delta H_s = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{1}{2}(U_1^2 - U_2^2)$$



Expérimentalement, la perte de charge est calculée par la formule suivante :

$$g.\Delta H_s = \xi \cdot \frac{U^2}{2} \rightarrow \xi = \frac{2.g.\Delta H_s}{U^2}$$

- ♦ U représente la plus grande vitesse dans la singularité.
- ♦ ξ représente le coefficient de perte de charge singulière. Il est fonction de la géométrie de la singularité et du nombre de Reynolds.
- ♦ le coefficient ξ doit figurer dans la documentation technique du fournisseur de la singularité.



III - REALISATION du TP1 « SYSTEME VENTURI »

1 - ETAPE 1 : MESURE du DEBIT MAXIMUM

Etalonner la maquette (voir page suivante)

Régler la vanne de débit pour que la différence de hauteurs manométriques entre les prises de pression A et D soit maximum, la colonne D étant à 0. Régler la contre pression par la purge de réglage si nécessaire.

Relever, pour l'étape 4, l'ensemble des hauteurs manométriques pour les différentes prises de pression de A à L.

Calculer le débit théorique $Q_{v\ th}$ dans le circuit hydraulique à l'aide de la formule du cours.

Mesurer le débit réel $Q_{v\ réel}$ à l'aide de la balance du banc hydraulique (voir page suivante).

Calculer le coefficient k du Venturi tel que $k = \frac{Q_{v\ réel}}{Q_{v\ th}}$.

Quelles sont les raisons pour lesquelles $k < 1$?

2 - ETAPE 2 : DETERMINATION du COEFFICIENT k du VENTURI en FONCTION du DEBIT

Reprendre l'étape 1 en diminuant le débit à l'aide de la vanne de réglage tel que la colonne D soit à 5cm, 10cm puis 15cm (relever pour l'étape 4, toutes les hauteurs manométriques uniquement pour la hauteur $h_D=10cm$).

Calculer le coefficient k pour chacune des 3 expériences précédentes.

Que peut-on dire à propos de l'évolution du coefficient k en fonction du débit ?

Donner alors l'expression permettant de calculer directement le débit réel.

3 - ETAPE 3 : QUESTIONS ANNEXES

Si le Venturi était vertical, le sens de l'écoulement étant ascendant, donner l'expression littérale du débit théorique $Q_{v\ th}$.

Quelle serait alors la différence de hauteurs manométriques entre A et D pour le débit maximum théorique défini à l'étape 1 ?

4 - ETAPE 4 : TRACE de la LOI des SECTIONS

Tracer, de A à L, la loi des sections $F(x)$ sur papier millimétré (voir page suivante).

Pour les débits correspondants aux hauteurs 0 et 10cm de la colonne D, tracer, par superposition sur le graphique précédent, la perte de charge $\xi(x)$ de E à L.

En déduire la perte de charge totale $\xi = \xi(L)$ du Venturi pour les deux débits précédents.

Conclusion de l'étape 4.

5 - CONCLUSIONS GENERALES du TP4.

IV - COMPLEMENTS pour la REALISATION du TP1 « SYSTEME VENTURI »

1 - ETAPE 1 : MESURE du DEBIT MAXIMUM

1.1. Etalonnage de la maquette

- ♦ Mettre en marche le banc hydraulique (déverrouillage du bouton stop et ouverture au maximum de la vanne rouge d'alimentation du banc),
- ♦ S'assurer que la vanne de réglage de débit en sortie du Venturi soit ouverte au maximum,
- ♦ Attendre que le système évacue les poches d'air,
- ♦ Refermer progressivement la vanne de réglage pour que l'eau monte dans les tubes,
- ♦ Fermer la vanne rouge d'alimentation du banc, **faire les opérations suivantes rapidement car la pompe risque d'être détériorée en fonctionnant vannes fermées,**
- ♦ Vérifier que les colonnes d'eau soient toutes au même niveau, si ce n'est pas le cas, ajuster les pieds de réglage de la maquette,
- ♦ Ouvrir les deux vannes.

1.2. Mesure du débit réel

A l'équilibre du bras de la balance, la masse d'eau contenue dans le bac de pesée est égale à 3 fois la masse suspendue au niveau du contrepoids du fait du rapport des bras de levier.

Pour mesurer un débit :

- ♦ Vider le bac de pesée en soulevant le bras de la balance (tirette dégagee),
- ♦ Le bras étant en position basse, engager la tirette puis placer une masse de tare de 2kg sur le support de contrepoids,
- ♦ Quand le bras vient en butée sur la tirette, déclencher le chronomètre,
- ♦ Placer alors 3 masses de 2kg sur le support de contrepoids en plus de la tare,
- ♦ Quand le bras de la balance vient à nouveau en butée sur la tirette, arrêter le chronomètre, le temps mesuré correspond alors à un remplissage du bac de pesée de 18ℓ,
- ♦ Dégager sans attendre, la tirette en appuyant sur le bras afin de vider le bac de pesée,
- ♦ Si au cours de la mesure, des bruits de fuites sont constatés, recommencer la mesure après avoir soulever plusieurs fois le bras de la balance afin que le clapet du bac de pesée se replace correctement.

2 - ETAPE 4 : TRACE de la LOI des SECTIONS

En considérant l'abscisse x qui représente la distance, mesurée à partir de la prise de pression A , aux différents points de mesure situés de B à L , le débit théorique peut également être défini par :

$$Q_{vth} = S_A \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h(x)}{\left(\frac{S_A}{S(x)}\right)^2 - 1}} \Rightarrow 2 \cdot g \cdot \Delta h(x) \cdot \left(\frac{S_A}{Q_{vth}}\right)^2 = \left[\left(\frac{S_A}{S(x)}\right)^2 - 1\right] \Rightarrow \underbrace{\left(\frac{Q_{vth}}{S_D}\right)^2}_{\xi(x)} = \underbrace{\left(\frac{S_D}{S_A}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{S_A}{S(x)}\right)^2 - 1\right]}_{F(x)}$$

avec $\Delta h(x) = h_A - h_x$ représentant la différence de hauteurs manométriques entre la colonne A (h_A) et la colonne considérée (h_x), $S(x)$ étant la section correspondante du Venturi.

Le deuxième terme représente la loi des sections, soit la courbe idéale :

$$F(x) = \left(\frac{S_D}{S_A} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{S_A}{S(x)} \right)^2 - 1 \right]$$

Le premier terme représente la perte de charge dans le Venturi :

$$\zeta(x) = \frac{2 \cdot g \cdot \Delta h(x)}{\left(\frac{Q_{vth}}{S_D} \right)^2} = \frac{2 \cdot g \cdot \Delta h(x)}{U_D^2}$$

Le tracé des courbes se fera à une échelle appropriée afin d'utiliser au maximum le format de la feuille de papier millimétré (pas de tracé informatique).

L'allure approximative des courbes est donnée ci-dessous.

