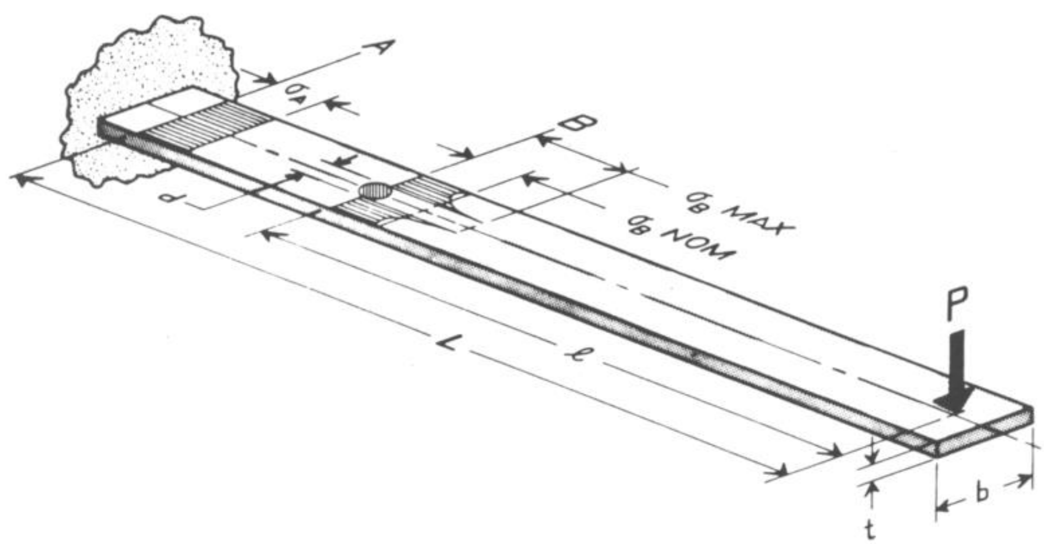
TRAVAUX PRATIQUES DE

DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES

Techniques d'extensométrie

TP n° 2 :

Coefficient de concentration de contraintes



Coefficient de concentration de contraintes

Lorsque les poutres présentent de brusques variations de sections (trous, gorges, épaulement…), les formules classiques ne sont plus applicables. Au voisinage du changement de section, la répartition des contraintes n'est plus uniforme (ou constante) et présente un minimum et un maximum (σ_{maxi}). Le maximum est atteint pour les points situés à proximité des variations. On dit qu'il y a concentration de contraintes en ces points.

Le but du TP est de déterminer le coefficient de concentration de contraintes due à la présence d'un trou sur une poutre en alliage d'aluminium.

I. Matériel utilisé

Une poutre en alliage d'aluminium de section droite rectangulaire est encastrée à une extrémité et sollicitée par un effort F perpendiculaire à son axe longitudinal, sur son autre extrémité.

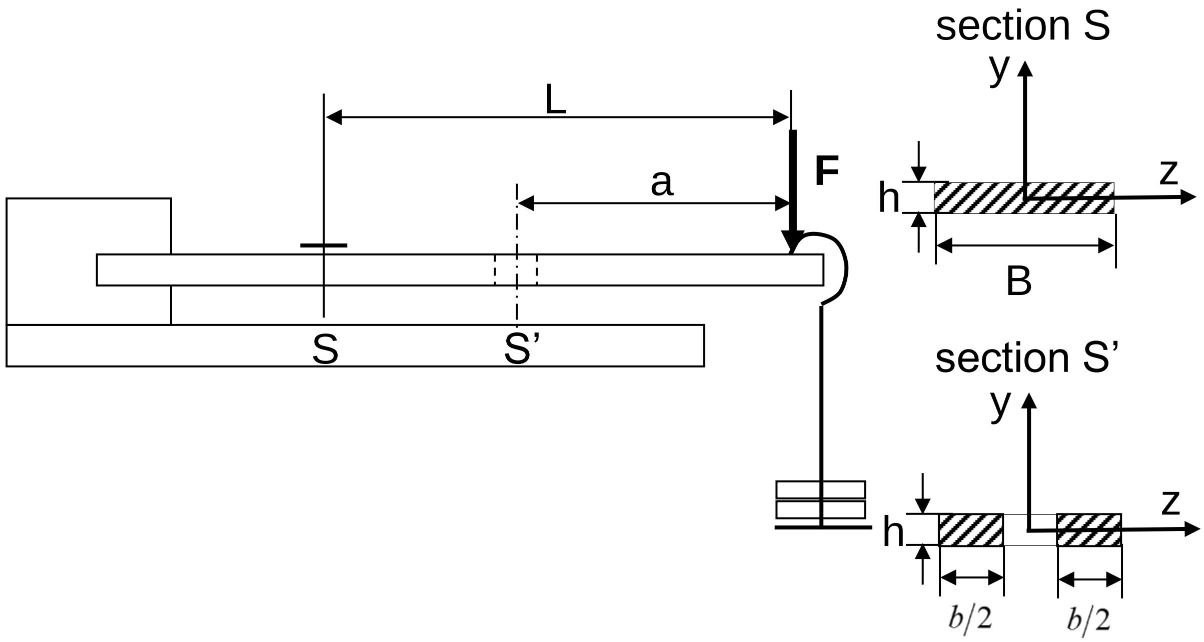
Elle est percée d'un trou de section circulaire (rayon R) d'axe situé dans le plan de symétrie de la poutre et à la distance « a » du point d'application de l'effort F.

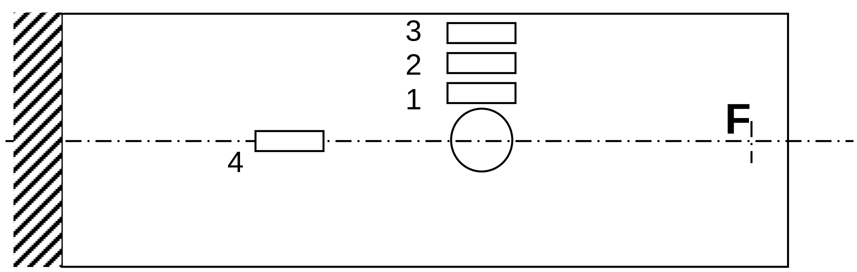
La section S' de la poutre contenant l'axe du trou est donc diminuée par rapport aux autres sections S pleines.

La poutre est équipée de quatre jauges dont trois sont dans la section S' et la quatrième dans la section S à la distance « L » du point d'application de l'effort F.

La mesure des déformations dans les quatre jauges se fera à l'aide d'un pont d'extensométrie.

L'effort F sera appliqué en utilisant un crochet et des masses marquées additionnelles.





II. Rappel théorique

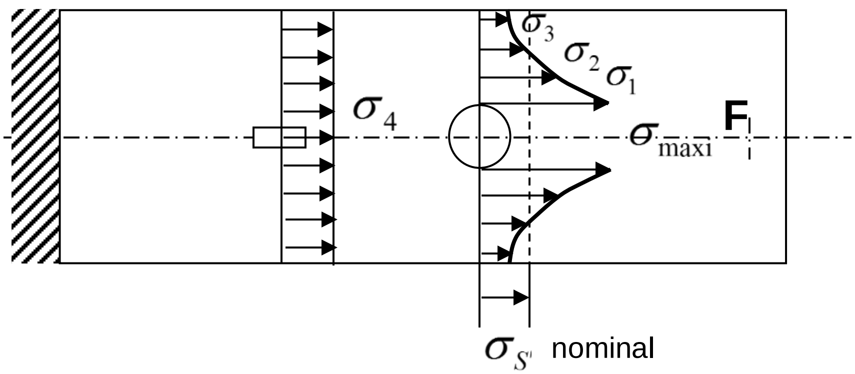
La poutre étant sollicitée en flexion simple :

- Dans les sections pleines non perturbées par des variations de section (trous, variation de largeur de poutre, entailles…), la distribution des contraintes et déformations est uniforme sur la face supérieure, et pour une section donnée (contraintes uniaxiales et déformations biaxiales).

  Cette valeur uniforme ne varie qu'en fonction de L. Elle est donnée par la relation :

$$\sigma_x = \frac{M_{f_z}}{I_{G_z}} y \qquad \text{soit} \qquad \sigma_x = \frac{mgL}{\frac{Bh^3}{12}} \times \frac{h}{2} = \frac{6mgL}{Bh^2}$$

- Dans les sections perturbées par des discontinuités, la distribution des contraintes et déformations n'est pas uniforme. Par exemple, pour un trou circulaire et sur la face supérieure, la distribution des contraintes est la suivante :



Dans la section S', la valeur de la contrainte σ (ou de la déformation ε) est maximum au bord du trou, et supérieure à la contrainte nominale $\sigma_{S'\,\text{nominal}}$. Cette contrainte nominale $\sigma_{S'\,\text{nominal}}$ peut se calculer dans le cas où la distribution des contraintes dans la section S' était uniforme :

$$\sigma_{S'\,\text{nominal}} = \frac{6mga}{bh^2}$$ sachant que $b = B - 2R$

On peut calculer cette valeur maximum σ_{maxi} à partir de σ_{nominal} et d'un coefficient K_t appelé *coefficient de concentration de contrainte* :

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{maxi}}}{\sigma_{\text{nominal}}}$$

Or, la contrainte étant uniaxiale et d'après la loi de Hooke :

$$\begin{cases} \sigma_{\text{maxi}} = E\varepsilon_{\text{maxi}} \\ \sigma_{\text{nominal}} = E\varepsilon_{\text{nominal}} \end{cases}$$

$$K_t = \frac{\varepsilon_{\text{maxi}}}{\varepsilon_{\text{nominal}}}$$

K_t est aussi le *coefficient de concentration de déformation* et on pourra le déterminer à partir de $\varepsilon_{\text{maxi}}$ et de $\varepsilon_{\text{nominal}}$.

- Il faudra déterminer $\varepsilon_{\text{maxi}}$ à partir des mesures ε_1, ε_2 et ε_3 pour un effort donné, et mesurer $\varepsilon_{\text{nominal}}$ en utilisant l'astuce suivante :

  Si la distribution des contraintes dans la section S' était uniforme, elle se calculerait comme suit : $\sigma_{S'\,\text{nominal}} = \dfrac{6mga}{bh^2}$

  Considérons maintenant la jauge (4) dans la section S à la distance L de la force F :

$$\sigma_4 = \frac{6mgL}{Bh^2}$$

  pour que σ_4 soit égale à $\sigma_{S'\,\text{nominal}}$, il suffit que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{L}{B}$, c'est-à-dire il suffit de coller la jauge (4) à une distance $L = \dfrac{aB}{b}$, ce qui a été réalisé sur le montage. On aura également : $\varepsilon_{\text{nominal}} = \varepsilon_4$.

  Attention à bien régler le facteur de jauge pour la jauge (4), il est différent de celui des jauges 1, 2 et 3. On déterminera $\varepsilon_{\text{maxi}}$ analytiquement.

III. Calcul du coefficient K_t

Le trou a un rayon R de 3,18 mm, la jauge (1) est collée de telle sorte que son centre est à 3,68 mm du centre du trou, la jauge (2) à 4,7 mm et la jauge (3) à 8,26 mm.

1. Mode opératoire

Le pont d'extensométrie P3 est un pont portable intégrant une fonction enregistreur de données propre mais peut également être configuré et fonctionné directement à partir d'un PC.

1- A partir du PC, ouvrir le logiciel « Model P3 Software » grâce au raccourci du bureau.

2- En utilisant le logiciel et la notice (p35 à 53), faites les réglages suivants :

- Sélectionner les voies 1, 2, 3 et 4
- Sélectionner Quarter bridge pour les voies 1, 2, 3 et 4 dans Bridge
- Saisir comme facteur de jauge **2,08** pour les voies **1, 2, 3** et **2,11** pour la voie **4**
- Equilibrer automatiquement les jauges à l'aide du bouton Balance, en cliquant sur le bouton « zéro » pour les deux voies.

En cliquant sur le bouton Record, on accède aux options d'enregistrement.

3- Choisir un enregistrement manuel sur les quatre voies avec une sauvegarde sur PC.

On chargera ensuite la poutre en disposant des masses m_1 (masse du crochet), m_2 jusqu'à m_5 sur le crochet successivement.

4- Pour chaque chargement m_i, enregistrer les déformations ε_1, ε_2, ε_3 et ε_4 mesurées sur les voies 1 à 4 en cliquant sur « Rec ».

5- Sauvegarder le fichier sur le bureau au format *.xls puis l'ouvrir avec Excel.

2. Calcul de K_t

- La variation des déformations est fonction de la distance X (du centre de la jauge au centre du trou) et du rayon R du trou.
- On calculera $\varepsilon_{\text{maxi}}$ par extrapolation, en utilisant la formule suivante :

$$\varepsilon_X = \lambda_1 + \lambda_2 \left(\frac{R}{X}\right)^2 + \lambda_3 \left(\frac{R}{X}\right)^4$$

Ceci revient à prendre les premiers termes d'un développement en série asymptotique jusqu'à la puissance 4 et en négligeant les suivants.

On écrira donc trois fois, pour chaque jauge :

$$\varepsilon_i = \lambda_1 + \lambda_2 \left(\frac{R}{X_i}\right)^2 + \lambda_3 \left(\frac{R}{X_i}\right)^4 \qquad \text{(i=1,2,3)}$$

sur les bords libres du trou, $X = R$ donc $\varepsilon_{\text{maxi}} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

- Pour chaque chargement *m*m_i,
  - Calculer les trois coefficients λ_1, λ_2 et λ_3 en résolvant le système linéaire construit à partir des 3 déformations ε_{i} :
    - Ecrire les 3 relations, puis le système sous forme matricielle
    - La résolution se fera en ligne sur internet, taper les mots clés « *wims système linéaire* » sur internet puis utiliser la méthode matricielle (système du type $[A]\{X\}=[B]$)
  - En déduire $\varepsilon_{\text{maxi}}$
  - Calculer $K_t = \dfrac{\varepsilon_{\text{maxi}}}{\varepsilon_{\text{nominal}}}$.
- Calculer la valeur moyenne des coefficients de concentration de contrainte

3. Montrer que le coefficient K_t est indépendant de la charge F